

# Jeux de semailles

par Vincent Lesbros 28/7/2020 - 14/8/2020 - 28/8/2020

Il existe une multitude de jeux de semailles, les Mancalas, comme l'Awélé, le Sérata, l'Adjito ou le Pallankuli. À la recherche d'un « langage » devant permettre d'exprimer et implémenter les règles et variantes multiples de ces jeux sans ambiguïté, nous avons extrait tout d'abord les éléments semblant invariants dans les règles que nous connaissons.

- 1 On peut identifier :
  - 1.1 Les **joueurs** ou **joueuses**, majoritairement deux, mais certaines règles permettent de jouer à plus de deux. Par exemple à l'Owaré on peut jouer à 2, 3, 4 ou 6 joueurs (diviseurs de 12).
  - 1.2 Les joueurs ou joueuses contrôlent chacun une ou deux **main**s capable de ramasser des cailloux.
  - 1.3 Le terrain de jeu est constitué de trous, ou **cases** (maison), ou champs, ou étables.
  - 1.4 Les jeux se déroulent en manipulant des cailloux, ou **pierres**, ou coquillages voire même des crottes d'animaux séchées (pas trop fraîches).
- 2 Propriétés principales de ces premiers objets :
  - 2.1 Les pierres sont disposées dans les cases, les joueurs peuvent donc voir le nombre de pierres contenues dans les cases. S'il y en a beaucoup dans une case, les joueurs doivent se fier à leur mémoire car en général on n'a pas le droit de recompter les pierres en les manipulant si on ne joue pas la case. Une case touchée doit être jouée, et, sauf exception, on ne touche pas aux cases des adversaires.
  - 2.2 Le nombre de pierres est constant du début à la fin du jeu.
  - 2.3 Les pierres sont insécables, et toujours unitaires, mais elles ne sont pas identifiées : seul compte leur nombre dans une case à un instant donné.
  - 2.4 Les cases sont créées au début du jeu selon une disposition propre à la règle, et le nombre de case ne varie pas. Dans certaines règles toutefois, les cases peuvent être occultés le temps d'une manche comme au Pallankuli.
  - 2.5 Les cases peuvent appartenir à un joueur, cela donne une notion de **camp** sur le terrain. De nombreuses règles imposent que le joueur choisisse une case de son camp pour débiter la distribution.
  - 2.6 Certaines règles peuvent permettre aux joueur d'agrandir leur camp en gagnant des cases.
- 3 Semailles et récoltes
  - 3.1 Dans la plupart des jeux, un tour de jeu consiste en une ou plusieurs semailles suivies par une ou plusieurs récoltes.
    - 3.1.1 **Ramasser**  
Prendre toutes les pierres d'une case.  
À part pour la redistribution des gains en fin de partie, je ne connais pas de règle où l'on peut ramasser une partie des pierres d'une case, on ramasse toujours la totalité des pierres de la case.
    - 3.1.2 **Égrainer**  
Les pierres de la main du joueur sont égrainées une à une dans les cases successives le long de son **parcours** pendant les semailles.
    - 3.1.3 **La dernière pierre**  
L'emplacement de la dernière pierre des semailles détermine souvent la suite des opérations : la **prise (récolte)** ou la **relance (nouvelle semailles)**.
      - 3.1.3.1 Terminer dans son camp / terminer dans le camp adverse.
      - 3.1.3.2 Terminer dans une case vide / ou contenant déjà des pierres

- 3.1.3.3 Terminer dans une case « spéciale », par exemple donnant le droit de rejouer, ou de changer le sens de circulation.
- 3.2 Certaines règles permettent aux joueurs, même hors de leur tour de jeu, d'effectuer des récoltes. Donc les phases semailles/récoltes peuvent être confondues : les récoltes peuvent avoir lieu pendant les semailles.
- 3.3 Les gains sont stockés dans des cases particulières, parfois appelées **greniers** ou **mancalas**.
- 3.3.1 En général, on ne sème pas dans les cases de gains, mais au Sérata, par exemple, c'est justement en semant sa dernière pierre dans ses gains que l'on a le droit à un tour de jeu supplémentaire.
- 3.3.2 De même, on ne ramasse pas les pierres des cases de gains, mais au Pallankuli, c'est justement en redistribuant les cases de gains qu'on détermine les cases de son camp et les cases occultées à la fin d'une manche.
- 4 Les fins de parties
- 4.1 En général, on doit **nourrir l'adversaire**, c'est-à-dire lui laisser des pierres, à son tour de jeu, pour qu'il puisse jouer.
- 4.1.1 Deux options sont présentes dans la littérature :
- Le joueur à son tour de jouer n'ayant pas de pierres dans son camp gagne toutes les pierres restant dans le camp adverse pour terminer la partie. Cette option est celle que je préfère, car les joueurs ont vraiment intérêt à nourrir l'adversaire.
  - L'autre option est que la partie s'arrête et que les joueurs conservent comme gain les pierres restant dans leurs camp. Là, le joueur affamé y perd !
- 4.2 Certains jeu sont cycliques, sans fin. Les joueurs décident eux-même d'arrêter la partie, peut-être en se répartissant les deux ou quelques pierres restantes, peut-être sans les compter.

# Tricérata

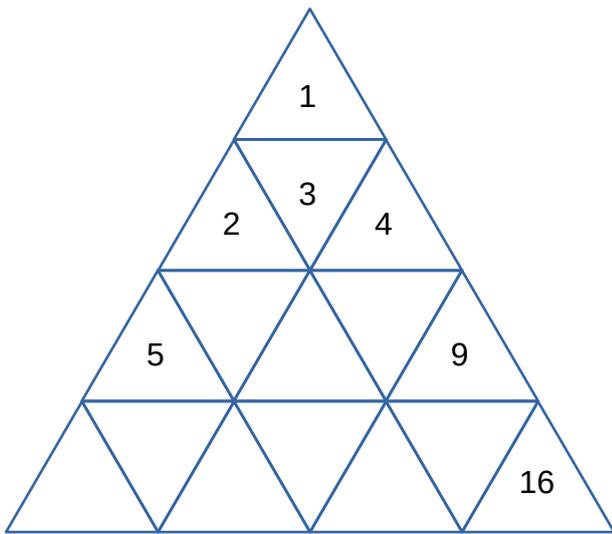
Jeu de semailles sur échiquier triangulaire, à cases triangulaires.

L'idée initiale est de ne plus contraindre le joueur à un parcours donné, le choix de la case suivante lors des semailles n'est limité que par le voisinage des cases.

La suite du document donne des indices à suivre pour les programmeur souhaitant implémenter le jeu dans sa version originale.

## Le terrain

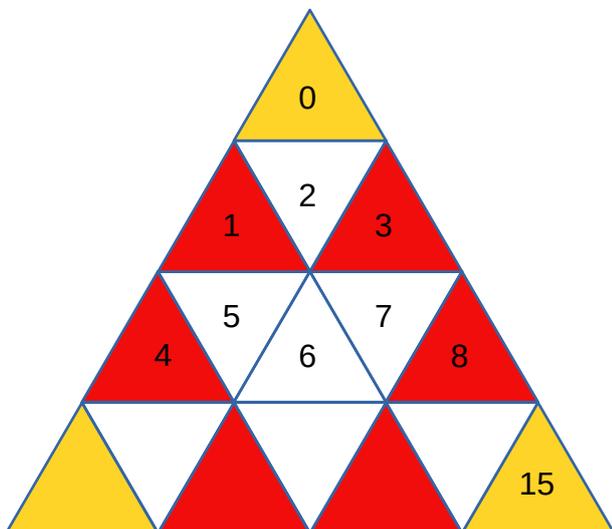
On construit un terrain triangulaire et équilatéral constitué de cases elles-même triangulaires et équilatérales se joignant par les bords.



Pour un terrain de taille  $n$ , il y a  $n^2$  cases triangulaires. Ligne par ligne, les cases alternent entre les cases à la pointe en haut ou la pointe en bas, en commençant les lignes par une pointe en haut. Il y a toujours un nombre impair de cases par ligne : 1, 3, 5, 7... et la somme des  $n$  premiers nombres impairs est bien le carré de  $n$ . Il y a également une case à pointe en bas de moins que de cases à pointe en haut dans chaque ligne.

## Numérotation des cases

Pour la suite se sera plus simple de numéroter les cases à partir de 0 jusqu'à  $n^2 - 1$ .



On numérote de haut en bas, et ligne à ligne de gauche à droite.

## Voisinage

On ne s'intéresse qu'au voisinage par les bords.

1. Les cases formant les **sommets** du terrain (en jaune) n'ont qu'une voisine.
2. Les cases n'étant pas un sommet dont un bord est un **bord** du terrain (en rouge) ont deux voisines.
3. Les cases **internes** en blanc possèdent trois voisines.

## Règles du jeu (version initiale)

voir la version actuelle en ligne : <https://www.cyclonium.com/atelier/jeux/tricerata/tricerata.html>

1° On décide de la taille du terrain, du nombre de joueurs et on creuse les cases en ajoutant au terrain triangulaire une case de gain pour chaque joueur, devant lui.

2° Dans chaque case du terrain on distribue une pierre. Pour un terrain de n lignes, il faut  $n^2$  pierres.

3° On désigne le premier joueur ou la première joueuse.

4° Tour de jeu

- a) S'il reste moins de trois pierres sur le terrain, la partie est terminée et chacun compte ses points. Le gagnant est le joueur qui compte le plus de pierres. En mode solitaire, on tente de minimiser le nombre de tours de jeu pour prendre toutes les pierres.
- b) Le joueur choisit une case contenant au moins une pierre.
- c) Il ramasse toutes les pierres de cette case dans la main.
- d) Tant qu'il a au moins une pierre dans la main :
  1. Il choisit une case voisine par un bord.
  2. Il dépose une pierre de la main dans la case qui devient la référence, et retour au point d) pour égrainer une à une toutes les pierres de sa main en circulant sur une trajectoire de son choix, à condition de ne passer d'une case à l'autre que par des cases adjacentes par un bord.
- e) À la fin de ces semailles, si la case dans laquelle on vient de déposer la dernière pierre de la main n'était pas vide, elle contient à ce moment au moins deux pierres. On resème alors à partir de cette dernière case en retournant au point c).
- f) Sinon, on observe les voisines de cette dernière case :
  1. Si au moins une voisine de la dernière case contient des pierres, le joueur choisit l'une d'elle (ou la seule), et prend toutes les pierres de cette case dans ses gains. Après cette prise, le tour passe au joueur suivant qui reprend en 4°.
  2. Si aucune voisine ne contient de pierre le tour passe au joueur suivant qui reprend en 4°.

## Calculs dans le terrain triangulaire

Nous avons vu plus haut la numérotation linéaire des cases dans le terrain triangulaire.

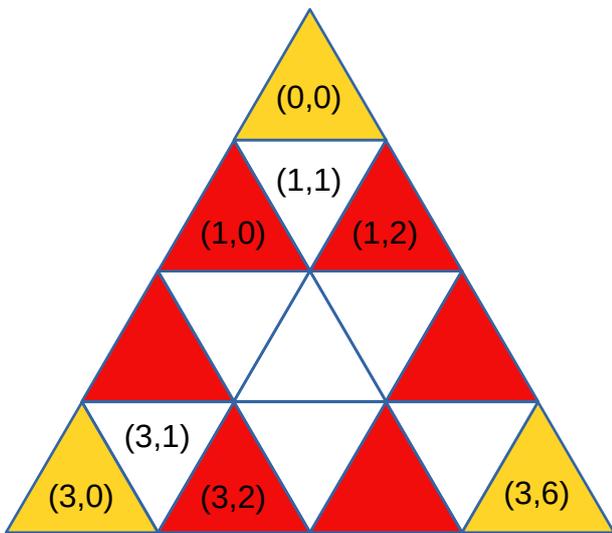
Nous avons besoin de formules pour calculer les positions et les voisinages des cases à partir de leurs numéros de case.

### Numérotation en lignes et colonnes

On numérote les lignes de haut en bas, de 0 à  $n - 1$ . On notera  $Y$  un numéro de ligne.

(1)- Nombre de cases de la ligne  $Y$ .

$$m = 2Y + 1$$



On numérote les colonnes de gauche à droite, de 0 à  $2Y$ . On note  $X$  un numéro de colonne et  $(Y, X)$  la position (ligne, colonnes) d'une case.

On notera  $k$  le numéro linéaire d'une case.

(2)- Le numéro linéaire  $k_0$  de la première case de la ligne  $Y$  est  $Y^2$ .

$$k_0 = Y^2$$

(3)- Inversement, on peut calculer le numéro de la ligne à partir du numéro de case.

$$Y = \lfloor \sqrt{k} \rfloor \quad \text{arrondi inférieur de la racine carrée du numéro.}$$

(4)- Calcul du numéro de colonne à partir du numéro de case.

$$X = k - Y^2 = k - \lfloor \sqrt{k} \rfloor^2$$

Le numéro de colonne est le numéro de la case moins le numéro de la première case de la ligne.

### En résumé

En utilisant (3) et (4) on obtient la position de la case à partir de son numéro :

$$(Y, X) = (\lfloor \sqrt{k} \rfloor, k - \lfloor \sqrt{k} \rfloor^2)$$

Et inversement, connaissant la position, on peut calculer le numéro :

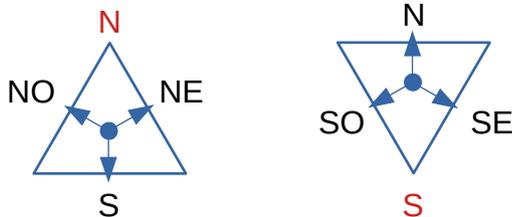
$$k = Y^2 + X \quad \text{avec la contrainte } 0 \leq X \leq 2Y$$

## Remarque

Si  $X$  est pair, la case est un triangle orienté pointe en haut ou case de type N pour Nord, et si  $X$  est impair, la case est de type S, pointe en bas vers le Sud.

## Calcul des voisinages pour les trajectoires

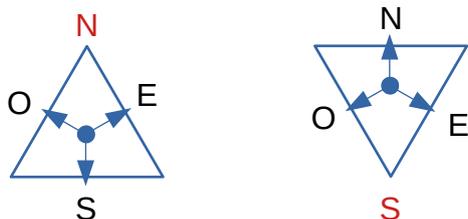
On vient de distinguer les cases de type N et S.



Les cases N ont au maximum trois voisines Nord-Ouest, Nord-Est et Sud. Les cases S ont au maximum trois voisines Nord, Sud-Ouest et Sud-Est.

Les déplacements Nord et Sud provoquent un changement de ligne.

Les déplacements Nord-Ouest, Nord-Est, Sud-Ouest et Sud-Est ne changent pas de ligne, mais seulement de colonne. On peut donc simplifier en ramenant Nord-Ouest et Sud-Ouest simplement à Ouest, et Nord-Est et Sud-Est à Est.



On conserve bien la réciprocity des mouvements entre deux cases adjacentes N-S et O-E. On peut maintenant traduire un déplacement en formule sur la position, considérant les directions comme des fonctions :

$$N(Y, X) = (Y-1, X-1)$$

$$S(Y, X) = (Y+1, X+1)$$

$$O(Y, X) = (Y, X-1)$$

$$E(Y, X) = (Y, X+1)$$

Mais il faut vérifier que déplacement est légal, c'est-à-dire qu'il ne sort pas du terrain.

Pour qu'un couple d'entier  $(Y, X)$  représente la position d'une case d'un terrain de  $n$  case, il faut :

$$0 \leq Y < n$$

et

$$0 \leq X \leq 2Y$$

Pour calculer un déplacement, on passera donc par la représentation en position.

## Remarques

Tout déplacement unitaire change X d'une unité, donc la parité de X, donc le type de case N ou S.

Définissons un trajet comme étant une liste de directions ou plutôt de déplacements unitaires dans ces directions. La liste vide représente alors : rester sur place.

Par exemple, pour aller de la case (2, 2) à la case (1, 1) on peut faire « ONE » ou encore « EESOOONENE », mais aussi « ENO », etc...

La liste représente la combinaison de fonctions de déplacement.

ONE(Y, X) est équivalent à E(N(O(Y, X))), c'est à dire  $E \circ N \circ O(Y, X)$ .

Mis à part les limites du terrain, on peut vérifier :

que  $NS(Y, X) = SN(Y, X) = OE(Y, X) = EO(Y, X) = (Y, X)$ . Dans dans un trajet « xyz... » on peut supprimer les couples NS, SN, OE et EO sans changer la destination.

On peut remarquer également que la parité de la longueur d'un trajet pour aller d'une case à une autre est constante : si il existe un trajet de longueur impaire / resp. paire pour aller de A à B, alors tous les trajets de A à B seront de longueur impaire / resp. paire.

## Trajet inverse

Si on connaît un trajet de A vers B, on crée le trajet inverse de B vers A en le recopiant en sens inverse, de la fin au début et en remplaçant les N par S, les S par N et de même pour O et E.

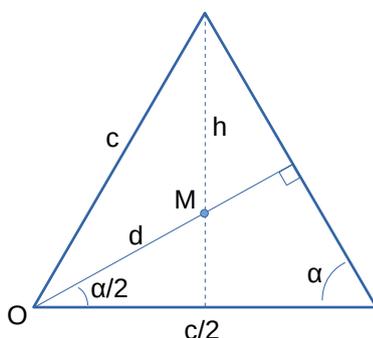
L'inverse de ONE est OSE.

## Géométrie pour transformer les positions en coordonnées

Je distingue la position logique (Y, X) d'une case dans le terrain, des coordonnées (x, y) dans un repère orthonormé du plan, comme l'écran sur lequel nous allons dessiner le terrain.

La somme des angles d'un triangle est  $\pi$ . Comme notre triangle est équilatéral, les trois angles  $\alpha$  sont égaux et valent donc  $\pi/3$ .

$$3\alpha = \pi$$



$$\alpha = \frac{\pi}{3}$$

Si le côté de notre triangle vaut c, sa hauteur h vaut :

$$h = c \cdot \sin\left(\frac{\pi}{3}\right)$$

Note : le carré de  $\sin(\pi/3)$  donne  $3/4$ .

$$\sin\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$h = c \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$$

On cherche les coordonnées du point M, centre, barycentre ?, intersections des médianes, médiatrices ?.

$$M = (x_m, y_m)$$

$$x_m = c / 2.$$

Pour trouver  $y_m$  on a un triangle rectangle dont  $d = OM$  est l'hypoténuse, l'angle en O de  $\alpha/2$  et  $y_m$  le côté opposé recherché.

$$y_m = \sin\left(\frac{\pi}{6}\right) \cdot d$$

$$x_m = \frac{c}{2} = \cos\left(\frac{\pi}{6}\right) \cdot d$$

en divisant une formule par l'autre on obtient :

$$y_m = \frac{c}{2} \sqrt{3}$$

Pour dessiner les triangles, connaissant le côté  $c$  et un point de départ, on utilise seulement la formule pour trouver la hauteur  $h = c \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$  et la formule  $x_m = \frac{c}{2}$  pour positionner les sommets.

Les coordonnées de M serviront par exemple pour placer les pierres.

### **Position vers coordonnées**

On suppose qu'on a défini le cadre du terrain, un triangle équilatéral à la pointe en haut avec une base d'une certaine taille  $t$  en pixels.

Les coordonnées sont positives vers la droite pour les  $x$  et vers le bas pour les  $y$ . On prend comme origine le sommet Nord du terrain le point O.

On calcule le côté d'une case en divisant  $t$  par  $n$  le nombre de lignes du terrain.  $\text{côté} = \frac{t}{n}$

On calcule la hauteur d'une ligne en utilisant la formule  $h = \text{côté} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$

On parcourt toutes les positions en faisant varier  $Y$  de 0 à  $n-1$  et pour chaque  $Y$ , on fait varier  $X$  de 0 à  $2Y$ .

Commençons par les cases Nord dont le  $X$  de la position est pair. On nomme les sommets de la case A pour le Nord, B pour l'Ouest et C pour l'Est.

La coordonnée  $x$  de A est :  $A_x = O_x + (X - Y) * \text{côté} / 2$

La coordonnée y de A est :  $A_y = O_y + Y * h$

Les coordonnées de B et C sont trouvées relativement à A.

$$B = (A_x - \text{coté}/2, A_y + h)$$

$$C = (A_x + \text{coté}/2, A_y + h)$$

Pour les cases de type Sud, pointes en bas, nommons A le sommet Ouest, B le sommet Est et C la pointe Sud.

$$A_x = O_x + (X - Y - 1) * \text{côté} / 2$$

$$A_y = O_y + Y * h$$

$$B = (A_x + \text{coté}, A_y)$$

$$C = (A_x + \text{coté}/2, A_y + h)$$

## Appartenance d'un point à un triangle

Pour un polygone convexe du plan en général, dont un cas particulier est le triangle, équilatéral ou non, mais non plat, on peut utiliser la formule suivante :

Pour chaque sommet, nommons le A, et nommons B le sommet suivant et C le sommet précédent. On calcule les vecteurs AB, AC et AM. M étant le point à tester.

On regarde si  $(AB \wedge AM) \cdot (AM \wedge AC)$  est inférieur à 0. Dans ce cas, on arrête la boucle on sait que le point M est extérieur à la figure. «  $\wedge$  » représente le produit vectoriel et «  $\cdot$  » le produit scalaire.

Si tous les résultats sont positif ou nuls, le point M appartient au polygone.

La fonction sera nécessaire pour savoir si l'utilisateur clique dans une case triangulaire.

## Représentation graphique du terrain

Dans une page web, on dispose d'au moins trois façons de créer des représentation graphiques interactives. Le **SVG**, et les **canvas** 2D et 3D avec WebGL. J'opte pour le **canvas** 2D dans ce cas.

On crée une page web avec une mise à l'échelle automatique du **canvas** à la largeur de l'écran, et un canevas à la résolution *full HD* (1920x1080).

## Stratégie de jeu automatique

L'ordinateur devant jouer construit un arbre, avec un nœud à chaque choix possible. Un nœud étant un état du jeu. Le niveau maximum d'exploration de cet arbre est donné.

Une fonction d'évaluation attribue une note en fonction des gains réalisés par la joueur à cet instant.

Ensuite on applique simplement l'algorithme **mini max**. Au niveau 0, le choix de l'ordinateur est aléatoire parmi les possibilités.

La stratégie est implémentée de façon complètement indépendante des règles et de la forme du terrain.

## Variantes

Le nombre de pierres par case au départ peut être modifié.

La forme, le réseau de cases du terrain de jeu peut être modifié. Le nombre de cases voisines change alors. Tracez un pavage de type 3 de **Penrose** par exemple au lieu d'une grille triangulaire, carrée ou hexagonale. Tracez un terrain irrégulier où les cases n'ont pas toutes le même nombre de voisines, etc.

La fin de partie a été modifiée par rapport à la règle initiale : pour éviter une course poursuite sans fin des quelques derniers cailloux, la terminaison des semailles dans une case vide, sans prise, entraîne un gain de l'adversaire.

## Mort subite ou non ?

Le premier tour sans prise peut impliquer la mort subite du joueur. Voir les règles sur la page active.